

واحد آموزشی: دوره دوم متوسطه غیردولتی باقرالعلوم (ع)

شماره صندلی:

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

نام دبیر: آقای مشکات

سوال امتحان درس: ریاضی و آمار ۲

رشته: انسانی

نوبت امتحانی: اول

پایه: یازدهم

سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۵

ساعت امتحان: ۱۰

وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۱۶

نیاز به پاسخ برگ ندارد

تعداد برگه: ۱ برگ

۱/۵	۱ درست یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) ترکیب عطفی دو گزاره تنها درحالتی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. ب) عبارت فارسی مجموع معکوس‌های دو عدد به صورت ریاضی $\frac{1}{x+y}$ نوشته می‌شود. پ) نمودار تابع $y = - x + 2$ از هر ۴ ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند. ت) تابعی که برد آن فقط یک عضو دارد تابع همانی است. ث) تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره برابر ۶ تا است. ج) اگر طول یک مستطیل را ۲ برابر کنیم، مساحت آن ۲ برابر می‌شود.	۱
۱/۵	۲ جای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب تکمیل کنید. الف) اگر p نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ به دارای ارزش درست است. ب) اگر از قیاس استثنایی به صورت نادرست استفاده شود به این گونه استدلال، گفته می‌شود. پ) اگر تابع $\{(2, -a), (a, 4), (-1, b+1)\}$ ثابت باشد، حاصل $a+b$ برابر است. ت) $\text{sign}(-\sqrt{2}) = \dots\dots\dots$ ث) عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $\Rightarrow$ است.	۲
۱	۳ در هر سؤال گزینه درست را انتخاب کنید. الف) گزاره $(\sim p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \vee r)$ نادرست است. ارزش گزاره $p \wedge r$ و $q \Rightarrow p$ به ترتیب به کدام صورت است؟ (۱) T-T (۲) F-T (۳) T-F (۴) F-F ب) f تابعی همانی، g تابعی ثابت است که $g(-1) = k$، حاصل $f(1-k) + g(1+k)$ کدام است؟ (۱) $-2k$ (۲) $2k$ (۳) ۱ (۴) ۲	۳
۲	۴ ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (۲ نمره) الف) ۹ عددی اول است یا $-2 > -3$ ب) ۵ مضرب ۳ است و $\sqrt{3}$ مثبت است. پ) اگر ۵ عددی زوج باشد، آن گاه $2+2=5$ ت) $2 \times 0 = 0$ اگر و فقط $\frac{0}{2} = 0$	۴
۱	۵ p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه است. ارزش گزاره $(\sim p \vee r) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ را تعیین کنید.	۵
۱/۵	۶ با تشکیل جدول ارزش نشان دهید: $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$	۶

۷	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. (الف) تهران پایتخت ایران است یا x کمتر از y نیست. (ب) اگر باران ببارد، زمین خیس می‌شود.	۱/۵												
۸	عبارت‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید. (الف) دو برابر مکعب عددی از خود عدد یک واحد بزرگ‌تر است. (ب) معکوس هر عدد مثبتی، مثبت است.	۱/۵												
۹	استدلال‌های زیر را با عبارت مناسب چنان تکمیل کنید که یکی قیاس استثنایی و دیگری مغالطه باشد. (مشخص کنید کدام یک قیاس استثنایی و کدام مغالطه است) (الف) اگر باران ببارد آن‌گاه ترافیک می‌شود. مقدمه: ترافیک شده است. قیاس استثنایی ☐ مغالطه ☐ نتیجه: (ب) اگر پول بی پشتوانه چاپ شود قیمت‌ها افزایش می‌یابد. قیاس استثنایی مغالطه مقدمه: قیاس استثنایی ☐ مغالطه ☐ نتیجه: قیمت‌ها افزایش یافته است.	۱												
۱۰	برای حل معادله یا نامعادلات الف و ب در کدام مرحله استدلال ارائه شده ایراد دارد؟ (با ذکر دلیل توضیح دهید).	۱/۵												
<table border="1"> <tr> <td>مرحله اول</td><td>$\frac{7x - x^2}{2} = x$ معادله الف</td><td>$x + 2 < \frac{1}{x} + 2$ نامعادله ب</td></tr> <tr> <td>مرحله دوم</td><td>$7x - x^2 = 2x$ $5x - x^2 = 0$</td><td>$x < \frac{1}{x}$ $x^2 < 1$</td></tr> <tr> <td>مرحله سوم</td><td>$5 - x = 0$</td><td>$-1 < x < 1$</td></tr> <tr> <td>مرحله چهارم</td><td>$x = 5$</td><td></td></tr> </table>			مرحله اول	$\frac{7x - x^2}{2} = x$ معادله الف	$x + 2 < \frac{1}{x} + 2$ نامعادله ب	مرحله دوم	$7x - x^2 = 2x$ $5x - x^2 = 0$	$x < \frac{1}{x}$ $x^2 < 1$	مرحله سوم	$5 - x = 0$	$-1 < x < 1$	مرحله چهارم	$x = 5$	
مرحله اول	$\frac{7x - x^2}{2} = x$ معادله الف	$x + 2 < \frac{1}{x} + 2$ نامعادله ب												
مرحله دوم	$7x - x^2 = 2x$ $5x - x^2 = 0$	$x < \frac{1}{x}$ $x^2 < 1$												
مرحله سوم	$5 - x = 0$	$-1 < x < 1$												
مرحله چهارم	$x = 5$													
۱۱	تابع مقابل نشان‌دهنده تابع همانی است. (الف) a و b و c را به دست آورید. (ب) دامنه و برد تابع را مشخص کنید.	۱/۵												
۱۲	$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & ; x \leq -2 \\ -1 & ; -2 < x < 3 \\ x^2 - x & ; x \geq 3 \end{cases}$ باشد، حاصل مقادیر زیر را به دست آورید. (الف) $f(3)$ و $f(-\sqrt{2})$ و $f(-4/5)$ را به دست آورید. (ب) اگر $f(- a -3) = -6$ باشد، a را به دست آورید.	۱/۵												

نام و نام خانوادگی:

۱	تابع $y = \text{sign}(x)$ را به صورت چندضابطه‌ای نوشته و آن را رسم کنید.	۱۳
۱	اگر $f(x) = [x] + [-x - 1]$ باشد، حاصل مقادیر زیر را به دست آورید. الف) $f(\frac{1}{2})$ ب) $f(-3)$	۱۴
۱	نمودار تابع $f(x) = x + 1 - 1$ را رسم کرده و محل برخورد نمودارها با محورهای مختصات را مشخص کنید.	۱۵
۲۰	جمع	«موفق باشید»

پاسخ سوال ۱:

الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۵

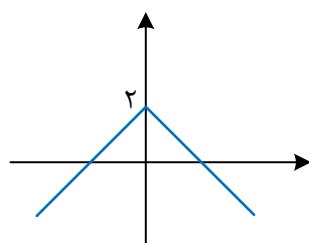
ترکیب عطفی $p \wedge q$ وقتی نادرست است که حداقل یکی از p و q نادرست باشد.

ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۸ تمرین ۱

مجموع معکوس‌های دو عدد به صورت $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ است.

پ) درست (۰/۲۵) ص ۴۴ تمرین ۴

نمودار تابع $y = -|x| + 2$ به صورت مقابل است.



ت) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۶

تابع با برد تک‌عضوی تابع ثابت است.

ث) نادرست (۰/۲۵) ص ۳

تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره برابر $2^3 = 8$ تا است.

ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۸ تمرین ۲

مساحت مستطیل $xy =$ عرض $\times$ طول است. اگر y تبدیل به $2y$ شود، مساحت $2xy$ یعنی دو برابر می‌شود.

پاسخ سوال ۲:

ب) مغالطه (۰/۲۵) ص ۱۴

الف) انتفاعی مقدم (۰/۲۵) ص ۶

پ) ۱- (۰/۲۵) ص ۲۶

y یا عرض نقاط همه نقاط باید برابر باشد پس:

$$\begin{cases} -a = 4 \rightarrow a = -4 \\ b + 1 = 4 \rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$



(۰/۲۵) (۰/۲۵)
ث) $\sim p \Rightarrow \sim q$ ص ۱۶

ت) $\text{sign}(-\sqrt{2}) = -1$ (۰/۲۵) ص ۳۵

پاسخ سوال ۳:

الف) گزینه ۳ (۰/۵) صحیح در کلاس

گزاره شرطی داده شده نادرست است پس مقدم $(\sim p \Leftrightarrow q)$ درست و تالی $(\sim p \vee r)$ نادرست است. $\sim p \vee r$ وقتی نادرست است که هر دو گزاره r و $\sim p$ نادرست باشند؛ پس r نادرست و p درست است. چون $\sim p \Leftrightarrow q$ درست است، پس q و $\sim p$ هم ارزش بوده و بنابراین q نادرست است. داریم:

p	q	r	$p \wedge r$	$q \Rightarrow p$
د	ن	ن	ن	د



ب) گزینه ۳ (۰/۵) صحیح و ۳۰

تابع همانی f به صورت $f(x) = x$ و تابع ثابت g به صورت $g(x) = k$ است. پس داریم:

$$f(1-k) + g(1+k) = \overset{\text{ثابت}}{\underset{\text{همان ورودی}}{1-k}} + k = 1$$



* فقط به گزینه درست (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

پاسخ سوال ۴:

الف) ن (۰/۲۵)

ب) د (۰/۲۵)

پ) د (۰/۲۵)

ت) د (۰/۲۵)

فعالیت ۷

الف) ۹ عددی اول است $\vee$ یا $\underbrace{-3 > -2}_F$

ب) ۶ مضرب ۳ است $\wedge$ و $\underbrace{\sqrt{3} \text{ مثبت است}}_T$

ت) اگر ۵ عددی زوج باشد آن گاه $2+2=5$ (درست به انتهای مقدم) F

ث) $2 \times 0 = 0$ اگر و فقط اگر $\frac{0}{2} = 0$ T



* در صورتی که ارزش هر کدام از گزاره‌ها به درستی مشخص شده (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

پاسخ سوال ۵:

کار در کلاس ص ۷

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \vee r$	$\sim q$	$\sim q \wedge p$	$(\sim p \vee r) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$
د	ن	دلخواه	ن	بستگی به r دارد	د	د	د
				(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)

پاسخ سوال ۶:

ص ۹

p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د
			(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۵)

* هر اشتباه (۰/۲۵) کم شود ولی اگر با آن اشتباه بقیه راه حل درست است نمره داده شود.

پاسخ سوال ۷:

الف) تهران پایتخت ایران نیست (۰/۲۵) و x کمتر از y (۰/۲۵) است.

ب) باران می بارد (۰/۲۵) و زمین خیس (۰/۲۵) نمی شود.

ص ۹

نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است.

پس اگر p را از گزاره "باران می بارد" و q گزاره "زمین خیس می شود" بگیریم نقیض آن به صورت بالا در می آید.



پاسخ سوال ۸:

الف) $2x^3 > x + 1$ (۰/۷۵) ص ۱۲

یک واحد بیشتر از خود عدد

$$\frac{2x^3}{2} > \frac{x+1}{1}$$

بزرگ تر از

دو برابر مکعب عدد



ب) $\frac{1}{x} > 0 \rightarrow x > 0$ (۰/۷۵) ص ۱۸ تمرین

معنی عبارت داده شده این است که اگر عددی مثبت باشد، معکوس آن نیز مثبت است.



پاسخ سوال ۹:

ص ۴

مغالطه (۰/۲۵)

الف) نتیجه: باران باریده است. (۰/۲۵)

مغالطه به صورت مقابل است:



$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

قیاس استثنایی (۰/۲۵)

ب) مقدمه: پول بی پشتوانه چاپ شده است. (۰/۲۵)

قیاس استثنایی به صورت مقابل است:



$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

پاسخ سوال ۱۰:

الف) مرحله اول (۰/۲۵) $x -$ ممکن است برابر صفر باشد (۰/۵) اما تقسیم بر صفر بی معنی است.

ص ۱۶ و ص ۱۷

ب) مرحله دوم (۰/۲۵) $-$ وقتی دو طرف را در x ضرب می کنیم (۰/۵) از علامت آن خبر نداریم.

پاسخ سوال ۱۱:

الف)

(۰/۲۵)

$$\begin{cases} a + 1 = -3 \Rightarrow a = -4 & (۰/۲۵) \\ b = \frac{a}{2} = -\frac{4}{2} = -2 & (۰/۲۵) \\ -1 = 2c + 1 \Rightarrow -2 = 2c \Rightarrow c = -1 & (۰/۲۵) \end{cases}$$

ص ۲۳ و ص ۳۰

(۰/۵) دامنه $= \{-3, -2, -1\}$

ب) $\{-3, -2, -1\} =$ برد

ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ پس ورودی هرچه باشد خروجی نیز همان است. به عبارت دیگر هر عدد باید به خودش نظیر شود.



پاسخ سوال ۱۲:

ص ۲۷

الف) $f(3) = 3^2 - 3 = 9 - 3 = 6$ (۰/۲۵)

$f(-\sqrt{2}) = -1$ (۰/۲۵)

$f(-4/5) = 2(4/5) + 5 = -9 + 5 = -4$ (۰/۲۵)

$3 \geq 3$ است پس برای مقابله $f(3)$ کافی است $x = 3$ را در ضابطه پایین قرار دهیم. $-2 < -\sqrt{2} < 3$ است پس $f(-\sqrt{2}) = -1$



ب) $f(-|a| - 3) = 2(-|a| - 3) + 5 = -2|a| - 6 + 5 = -2|a| - 1$ (۰/۲۵)

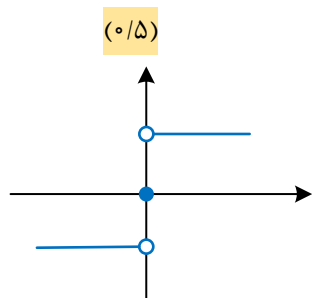
$\Rightarrow -2|a| - 1 = -5 \Rightarrow |a| = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{5}{2}$ (۰/۲۵)

$-|a| - 3$ همواره از -2 کوچک تر است، پس برای مقابله $f(-|a| - 3)$ باید آن را در ضابطه اول قرار دهیم.



پاسخ سوال ۱۳:

ص ۳۵



$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$
 (۰/۵)

پاسخ سوال ۱۴:

ص ۳۷ و ۳۸ در کلاس ص ۳۹

الف) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left[\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{1}{2} - 1\right] = 0 - 2 = -2$ (۰/۲۵)