

نمونه سؤالات عملکردی ریاضی نهم (فصول ۵، ۶، ۷ و ۸)

تهیه و طراحی: محمد کاویان نژاد، دبیر ریاضیات، آموزش و پرورش ناحیه ۱ کرمانشاه

فصل	ردیف	سؤالات
نمونه سؤالات عملکردی فصل ۵: عبارت های جبری	۱	معلم از محمد حسین خواسته حاصل ضرب ۱۰۳×۹۷ را به کمک اتحادها محاسبه کند. الف. محمد حسین باید از چه اتحادی برای این محاسبه استفاده کند؟ اتحاد مزدوج ب. او چگونه باید این کار را انجام دهد و حاصل را به دست آورد؟ $۱۰۳ \times ۹۷ = (۱۰۰ + ۳)(۱۰۰ - ۳) = ۱۰۰^۲ - ۳^۲ = ۱۰۰۰۰ - ۹ = ۹۹۹۱$
	۲	وزن یک هواپیمای مسافربری حدود ۳۰ تن است. اگر $۳۰ + x \leq ۴۳$ حداکثر وزن برخواست آن ۴۳ تن باشد، حدودی را برای $x \leq ۴۳ - ۳۰$ حداکثر باری که می تواند حمل کند، پیدا کنید. $x \leq ۱۳$ باید وزن بار همراه با وزن خود هواپیما در بیشترین حالت ۴۳ تن شود
	۳	مجموع نمرات قبول شدگان درس ریاضی یک کلاس ۱۵۰ است. اگر نصف کلاس نمره قبولی کسب کرده باشند، حداکثر تعداد دانش آموزان کلاس چقدر است؟ $\frac{x}{۲} \times ۱۰ \leq ۱۵۰$ میدانیم جمع نمرات مقدار ثابت ۱۵۰ است اما تعداد دانش آموزان و نمرات آنها را نمیدانیم برای اینکه مجموع چند نمره ۱۵۰ شود هرچه نمرات کمتر باشد می تواند تعداد بیشتر شود پس ما نمره قبولی را کمترین مقدار یعنی ۱۰ میگیریم و تعداد دانش آموزان x $x \times ۵ \leq ۱۵۰$ $x \leq ۳۰$
	۴	حداقل پول لازم برای خرید یک کامپیوتر ۱۵ میلیون تومان است. علی ۲ میلیون تومان پس انداز دارد. پدرش به او گفته اگر به مدت دو ماه $\frac{۱}{۳}$ حقوقش را پس انداز کند، پول خرید جور می شود. پدر علی حداقل چقدر دستمزد می گیرد؟ برابر x قرار می دهیم دستمزد پدر علی را $۲x \geq ۴۵ - ۶$ $۲x + ۶ \geq ۴۵$ $\frac{x}{۳} + \frac{x}{۳} + ۲ \geq ۱۵$ $x \geq \frac{۳۹}{۲}$ $\frac{۲x}{۳} + ۲ \geq ۱۵$

یک دوچرخه سوار با سرعت ثابت 3 m/s شروع به حرکت می‌کند. سرعت اولیه ندارد. مسافتی که طی می‌کند را y و ثانیه‌هایی که می‌گذرد را x می‌گیریم.

الف. پس از ۳ ثانیه، چه مسافتی را طی می‌کند.

بنابراین بعد از ۳ ثانیه ۹ متر طی می‌کند
 $y = 3x \Rightarrow y = 3 \times 3 = 9$

ب. معادله حرکت این دوچرخه سوار را بنویسید.

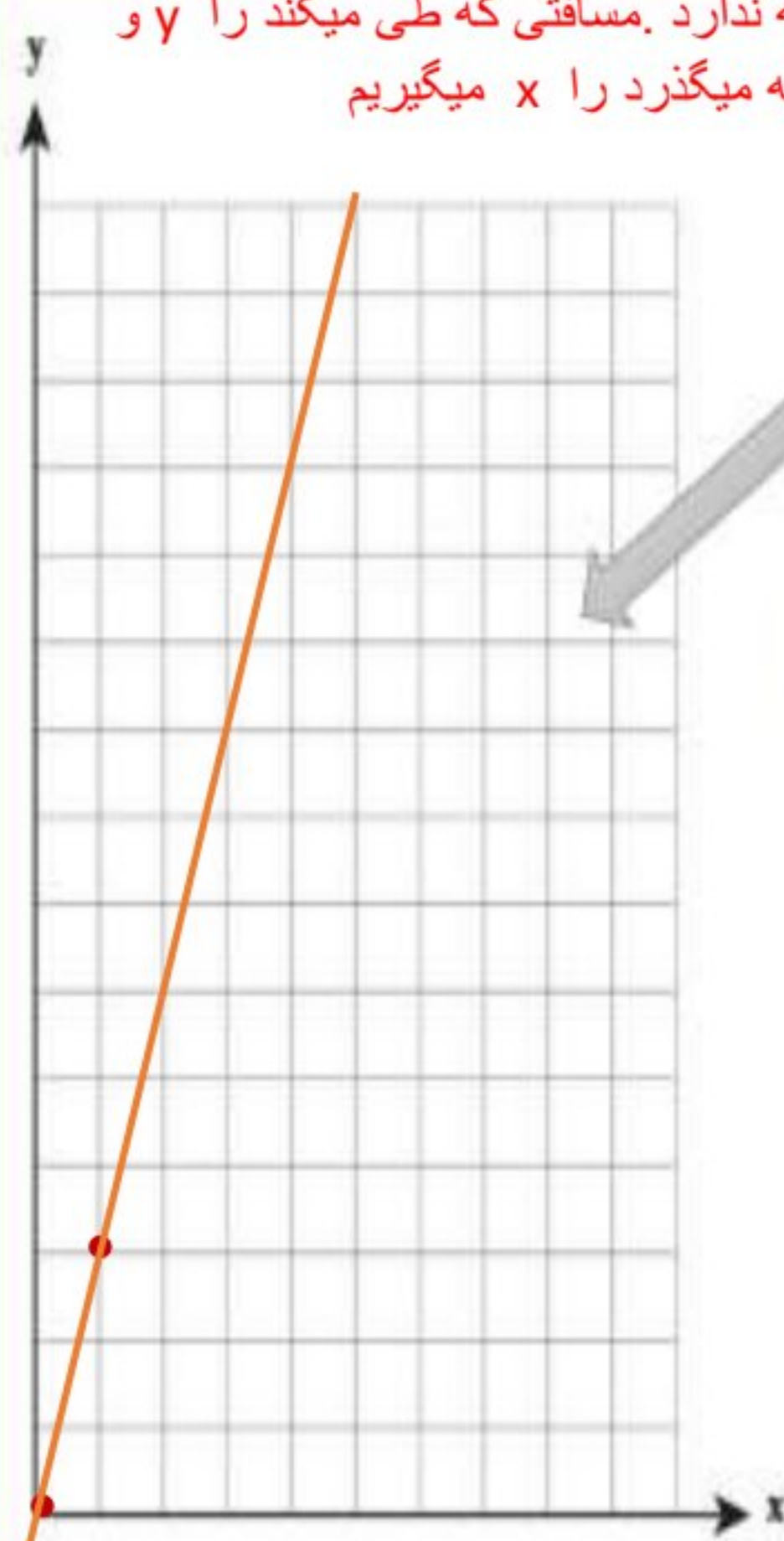
$$y = 3x$$

ج. نمودار حرکت دوچرخه سوار را در دستگاه مختصات رسم کنید.

x	۰	۱
y	۰	۳
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

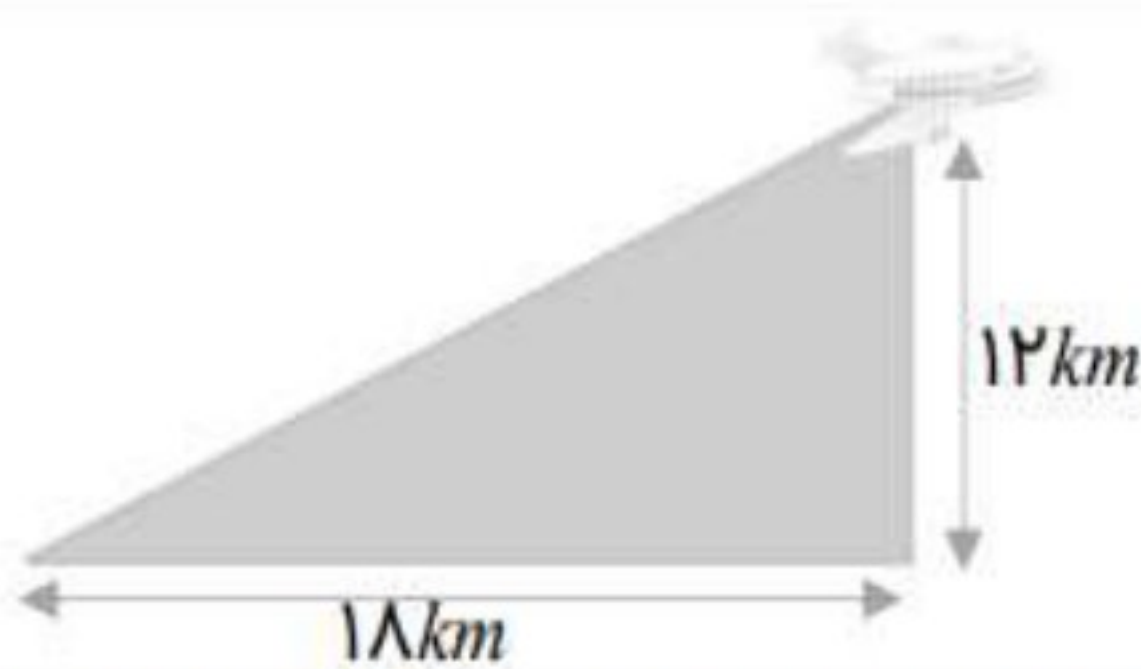
د. پس از چند ثانیه، ۲۱۰ متر را طی کرده است؟

باید به جای y عدد ۲۱۰ را قرار دهیم
 $x = 70$ $210 = 3 \times x$ $y = 3x$



۶

مسیر برخواست یک هواپیما به صورت روبه‌رو است. شیب برخواست آن را در ارتفاع و مسیر افقی تعیین شده محاسبه کنید. شیب تغییرات طول به تغییرات عرض است



$$\frac{\text{تغییرات طول}}{\text{تغییرات عرض}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

۷

در یک انبار ۳۰ موتور سیکلت و ماشین سواری وجود دارد. اگر ۷۰ لاستیک نیاز باشد تا این وسایل قابل استفاده شوند، در این انبار چند موتور سیکلت و چند ماشین وجود دارد؟

تعداد موتور ها را برابر x قرار می‌دهیم و تعداد ماشین ها را برابر y قرار می‌دهیم یک دستگاه معادلات با اطلاعات مسئله

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 4y = 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -60 \\ 2x + 4y = 70 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 0 + 2y &= 10 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 30 \\ x + 5 &= 30 \\ x &= 25 \end{aligned}$$

پس ۲۵ موتور و ۵ ماشین در این انبار وجود دارد

۸

دو شرکت مخابراتی سیم‌کارت هایی با ویژگی‌های زیر به فروش می‌رسانند:

شرکت اول: ۳۰ هزار تومان شارژ اولیه و به ازای هر دقیقه مکالمه ۵۰ تومان هزینه دریافت می‌کند.

$$y = 50x + 30000$$

شرکت دوم: ۲۰ هزار تومان شارژ اولیه و به ازای هر دقیقه مکالمه ۶۰ تومان هزینه دریافت می‌کند.

$$y = 60x + 20000$$

الف. معادله‌هایی بنویسید که هزینه را بر حسب دقیقه نشان دهند.

$$y = 50x + 30000 \text{ شرکت اول}$$

$$y = 60x + 20000 \text{ شرکت دوم}$$

ب. هزینه مکالمه دو شرکت بعد از چند دقیقه برابر می‌شود.

$$50x + 30000 = 60x + 20000$$

$$x = 1000$$

$$30000 - 20000 = 60x - 50x$$

$$10000 = 10x$$

$$1000 = 1x$$

پس بعد از هزار دقیقه هزینه برابر می‌شود

برای زمان های مکالمه بیشتر از ۱۰۰۰ دقیقه سیم کارت شرکت اول به صرفه تر است.

ج. کدام شرکت در دراز مدت، هزینه کمتری از مشتری دریافت می‌کند.

مثلا برای ۲۰۰۰ دقیقه هزینه مکالمه شرکت اول ۱۳۰۰۰۰ تومان میشود و هزینه

مکالمه شرکت دوم ۱۴۰۰۰۰ تومان میشود





یک ماهواره تقریباً با $\frac{1}{4}$ برابر سرعت گردش زمین به دور خورشید، در

سرعت گردش زمین را برابر x

منظومه شمسی در حرکت است. سرعت ماهواره را برابر $\frac{x}{4}$

الف. رابطه‌ای برای مجموع سرعت ماهواره و سرعت گردش زمین
بیابید؟

$$x + \frac{x}{4} = \frac{3x}{4}$$

ب. اگر سرعت گردش زمین به دور خورشید حدوداً $110,000 \text{ km/h}$ باشد

$$\frac{110,000}{4} = 55,000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

سرعت ماهواره چقدر است؟

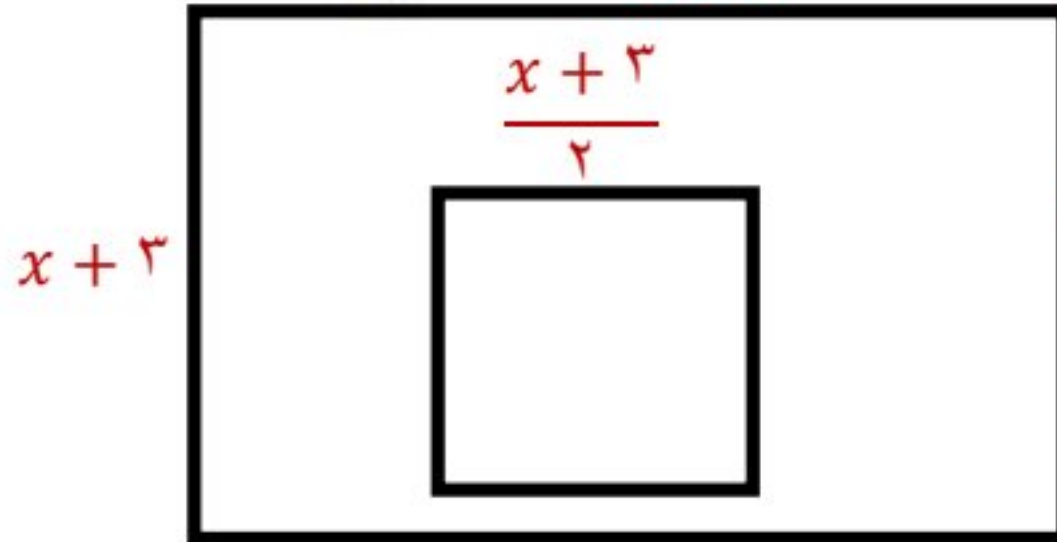
ج. تحقیق کنید که چرا ماهواره با این سرعت زیاد، در فضا آسیب نمی‌بیند.

۱۰

می‌خواهیم در زمینی مستطیل شکل که یکی از اضلاع آن $x+3$ m و ضلع دیگرش $x+8$ m است، استخری مربعی بسازیم به شرطی که طول ضلع آن، نصف عرض زمین باشد. اگر نسبت مساحت‌ها $\frac{1}{8}$ باشد، طول و عرض زمین را به دست آورید.

مساحت مستطیل $(x+3)(x+8)$

مساحت مربع $\left(\frac{x+3}{2}\right)\left(\frac{x+3}{2}\right)$



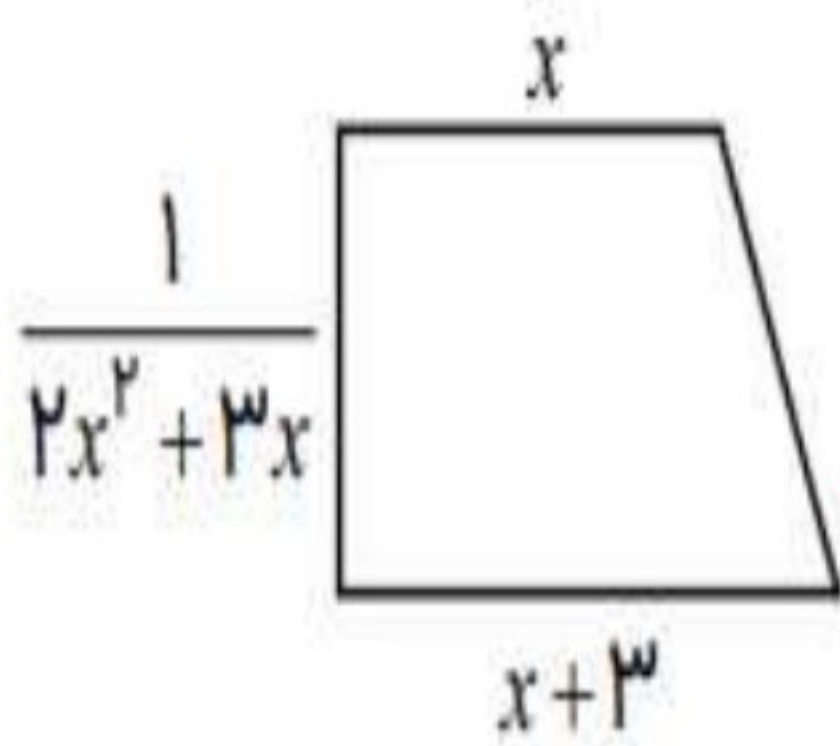
$$\left(\frac{1}{8}\right)(x+3)(x+8) = \left(\frac{x+3}{2}\right)\left(\frac{x+3}{2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)(x+8) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{x+3}{2}\right)$$

ادامه پایین صفحه

۱۱

امیر علی تیموری می‌خواهد رشته ریاضی را انتخاب کند، بنابراین تصمیم گرفته مثل یک ریاضی‌دان فکر کند. می‌خواهد فرمولی برای مساحت همه ذوزنقه‌هایی پیدا کند که یک قاعده آن ۳ واحد از قاعده دیگر بزرگتر و ارتفاع آن با رابطه $\frac{1}{2x^2+3x}$ به طول قاعده کوچک مربوط می‌شود. با توجه به شکل، به امیر علی کمک کنید تا فرمول را کشف کند.



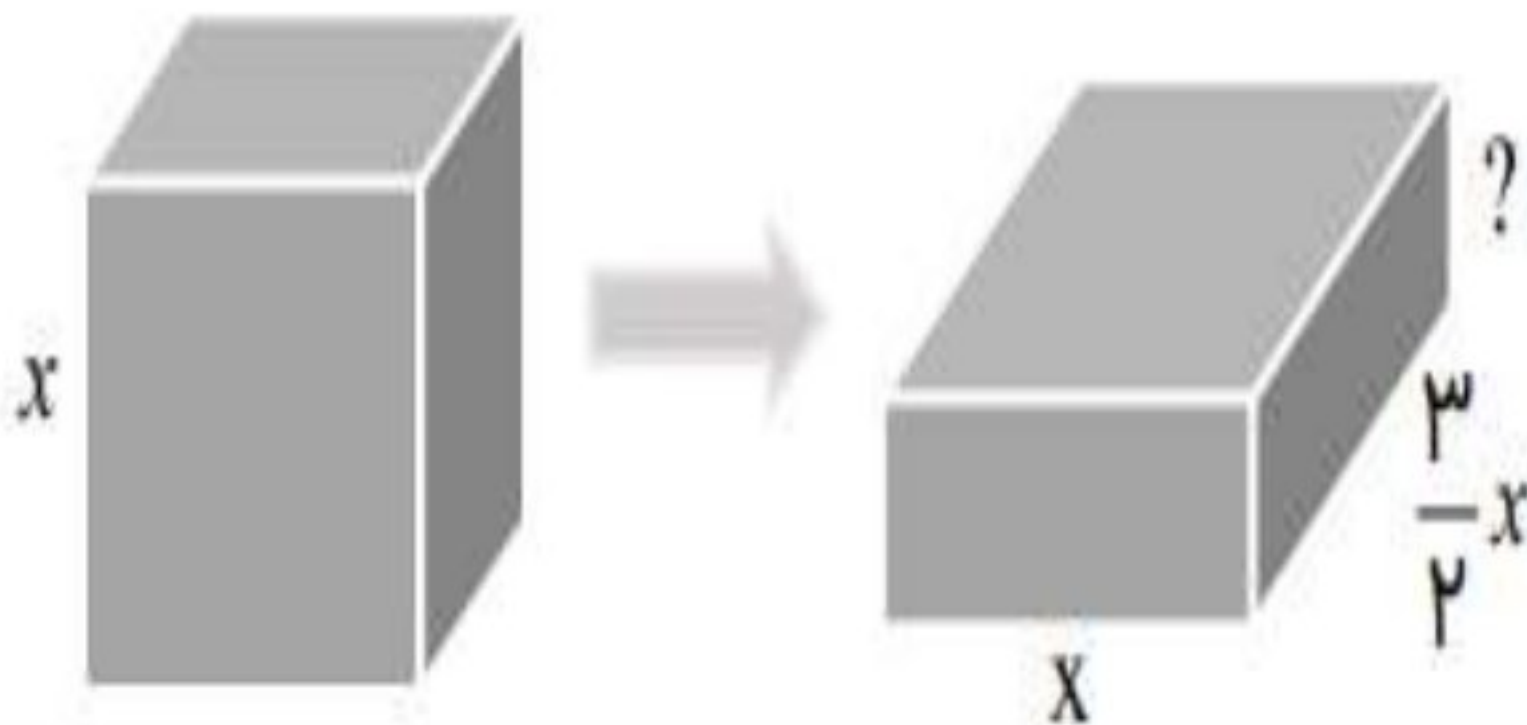
ارتفاع $\times$ جمع دو قاعده

$$\frac{(x+x+3) \cdot \frac{1}{(2x^2+3x)}}{2} = \frac{(2x+3) \cdot \frac{1}{(x)(2x+3)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$$

۱۲

یک نرم افزار کامپیوتری، یک مکعب را به یک مکعب مستطیل چنان تبدیل می‌کند که حجم حفظ شود و اضلاع بر حسب x اندازه‌های زیر را داشته باشند. این نرم افزار طول ضلع خواسته شده را چگونه حساب می‌کند.

حجم‌ها را برابر قرار می‌دهیم و ارتفاع مکعب مستطیل که نمی‌دانیم را برابر y قرار می‌دهیم



$$x \times x \times x = x \times \frac{3}{2}x \times y$$

$$x \times x \times x = x \times \frac{3}{2}x \times y$$

$$x = \frac{3}{2} \times y$$

$$y = \frac{2}{3} \times x$$

کل معادله را در ۸ ضرب میکنیم

$$(x+8) = 2(x+3)$$

$$(x+8) = 2x+6$$

$$8-6 = 2x-x$$

$$2 = x$$

$$x+3 = 5 \text{ عرض مستطیل}$$

$$x+8 = 10 \text{ طول مستطیل}$$

ادامه سوال ۱۰

$$\frac{x+3}{2} = 2/5 \text{ ضلع مربع}$$

۱۳

در «منظومه شمسی» قطر خورشید و زمین به ترتیب و تقریباً $1.4 \times 10^6 \text{ km}$ و $2.6 \times 10^3 \text{ km}$ است. $(\pi \approx 3)$



الف. نسبت $\frac{\text{حجم خورشید}}{\text{حجم زمین}}$ را محاسبه کنید.

$$\text{حجم کره} \quad \frac{4}{3}\pi r^3$$

ب. مساحت سطح خورشید، چند برابر مساحت سطح زمین است؟

$$\text{مساحت کره} \quad 4\pi r^2$$

ادامه پایین صفحه

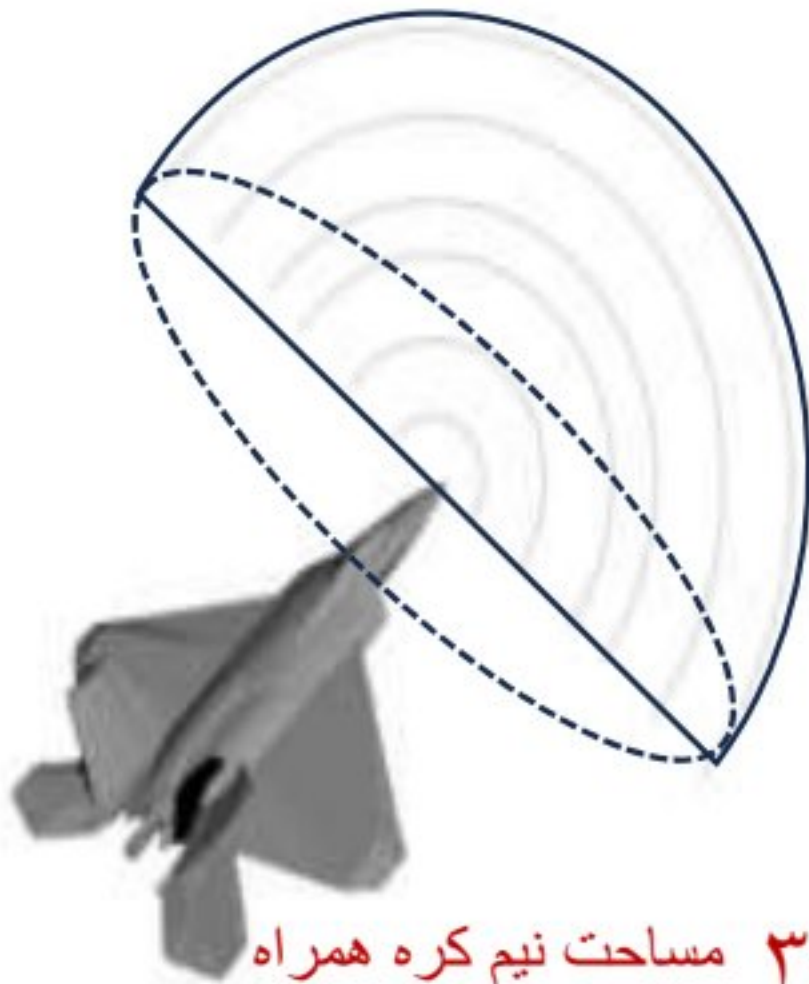
۱۴

رادار آرایه فازی یک هواپیمای نظامی می تواند تا

شعاع 40 km از آسمان را پیمایش کند.

الف. این رادار چقدر از فضای آسمان را پوشش

$$\text{می دهد؟ } (\pi \approx 3) \quad \frac{4}{3} \times 3 \times 40^3 = 128000 \text{ km}^3$$



ب. سطح بیرونی این فضا، چه مساحتی خواهد

$$\text{داشت؟ } (\pi \approx 3) \quad 3\pi r^2 = 3 \times 3 \times 40^2 = 14400 \text{ km}^2$$

مساحت نیم کره همراه
با کف نیم کره

نمونه

ادامه سوال ۱۳

$$\frac{\text{حجم خورشید}}{\text{حجم زمین}} = \frac{\frac{4}{3}\pi (0.7 \times 10^6)^3}{\frac{4}{3}\pi (1/3 \times 10^3)^3} = \left(\frac{0.7 \times 10^6}{1/3 \times 10^3}\right)^3 \approx (0.5 \times 10^3)^3 = 1250000$$

$$\frac{\text{مساحت خورشید}}{\text{مساحت زمین}} = \frac{4\pi (0.7 \times 10^6)^2}{4\pi (1/3 \times 10^3)^2} = \left(\frac{0.7 \times 10^6}{1/3 \times 10^3}\right)^2 \approx (0.5 \times 10^3)^2 = 250000$$

۱۵

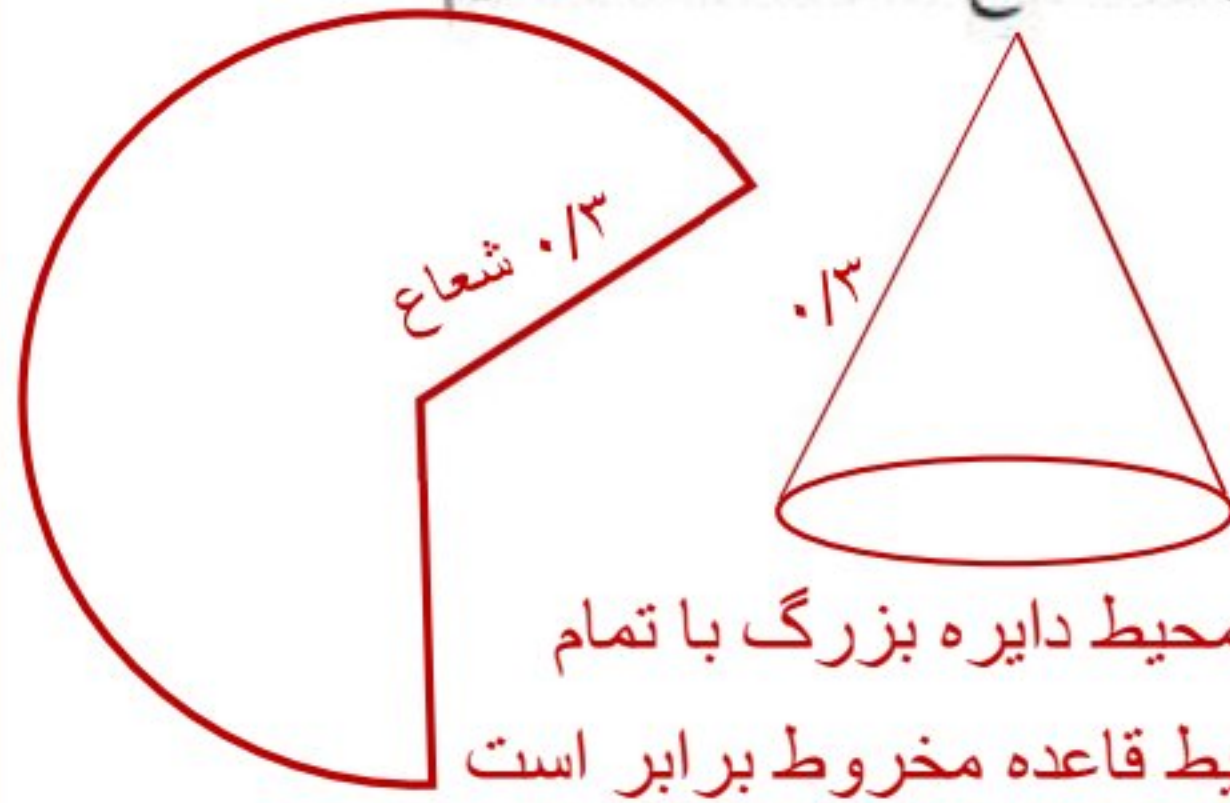
با $\frac{2}{3}$ یک مقوای ضدآب و دایره‌ای شکل به قطر $0.6m$ ، مخروطی به شعاع قاعده R ساخته‌ایم.

الف. شعاع دایره قاعده (R) را بیابید. ($\pi \approx 3$)

ب. حجم مخروط را محاسبه کنید. ($\pi \approx 3$)

ج. با فرض اینکه این مخروط خوب آب‌بندی شده

باشد، گنجایش چند لیتر آب را دارد؟ ($1 \text{ lit} = 0.001 m^3$)
 $\frac{2}{3}$ محیط دایره بزرگ با تمام محیط قاعده مخروط برابر است



ادامه در صفحه بعد

۱۶

یک صفحه، کره‌ای به شعاع $41cm$

را به صورت روبه رو قطع می‌کند.

اگر قطر دایره حاصل $18cm$ باشد

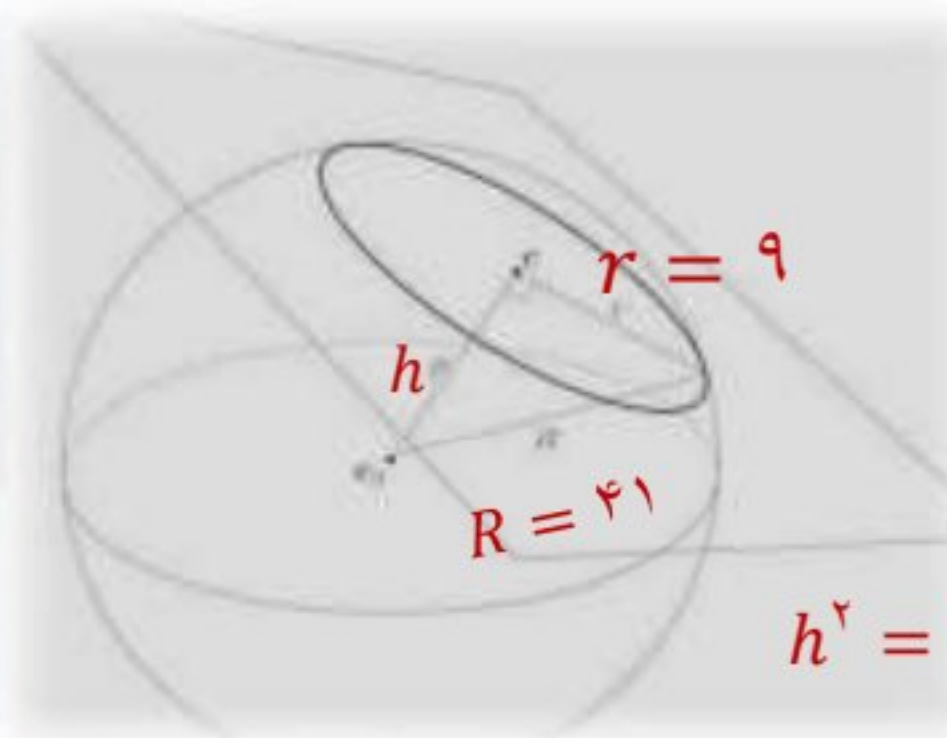
فاصله مرکز دایره تا مرکز کره را به

دست آورید.

پس شعاع ۹ است

$$h^2 = 41^2 - 9^2 = 1681 - 81 = 1600$$

$$h = 40$$



۱۷

یک تیوب پرباد که شعاع دایره داخلی آن $r = 0.2m$ و شعاع

دایره‌ای که از مرکز آن می‌گذرد $R = 0.4m$ است را در نظر

بگیرید. با توجه به شکل‌های روبه‌رو

الف. ارتفاع استوانه را به دست آورید؟ ($\pi \approx 3$)

$$\text{محیط دایره آبی} = 2 \times \pi \times 0.4$$

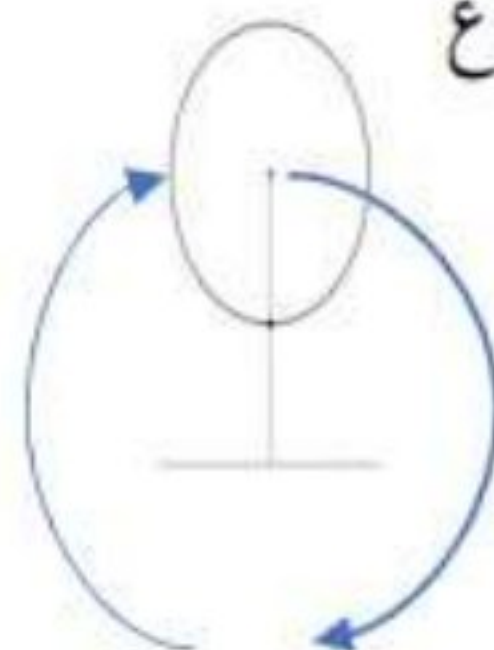
$$= 2 \times 3 \times 0.4 = 2.4m$$

ب. حجم آن چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

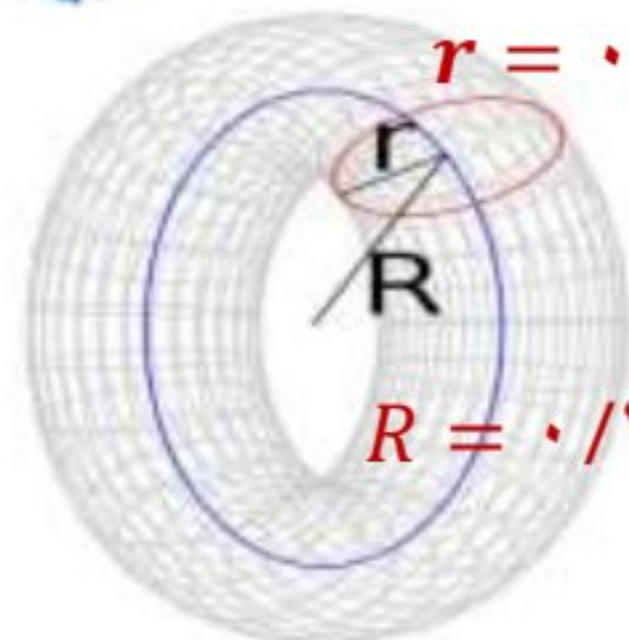
حجم استوانه را باید به دست آوریم که از رابطه

مساحت قاعد ضرب در ارتفاع به دست می‌آید

$$V = \pi \times 0.2 \times 0.2 \times 2.4 = 3 \times 0.2 \times 0.2 \times 2.4 = 0.72m^3$$



ارتفاع استوانه با محیط دایره آبی برابر است



۱۸

یک چادر مسافرتی هرمی شکل با قاعده مربعی به ضلع $2m$ و وجه‌های جانبی به شکل مثلث متساوی الساقین

به طول ساق $3m$ به حالت روبه‌رو است.

مساحت قاعده برابر 2×2 برابر ۴ است

برای به دست آوردن حجم
احتیاج به ارتفاع داریم

الف. این چادر چه مقدار فضا را اشغال می‌کند.

$$h^2 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8 \quad H^2 = 2\sqrt{2}^2 - 1^2 = 8 - 1 = 7$$

$$h = 2\sqrt{2}$$

$$H = \sqrt{7}$$

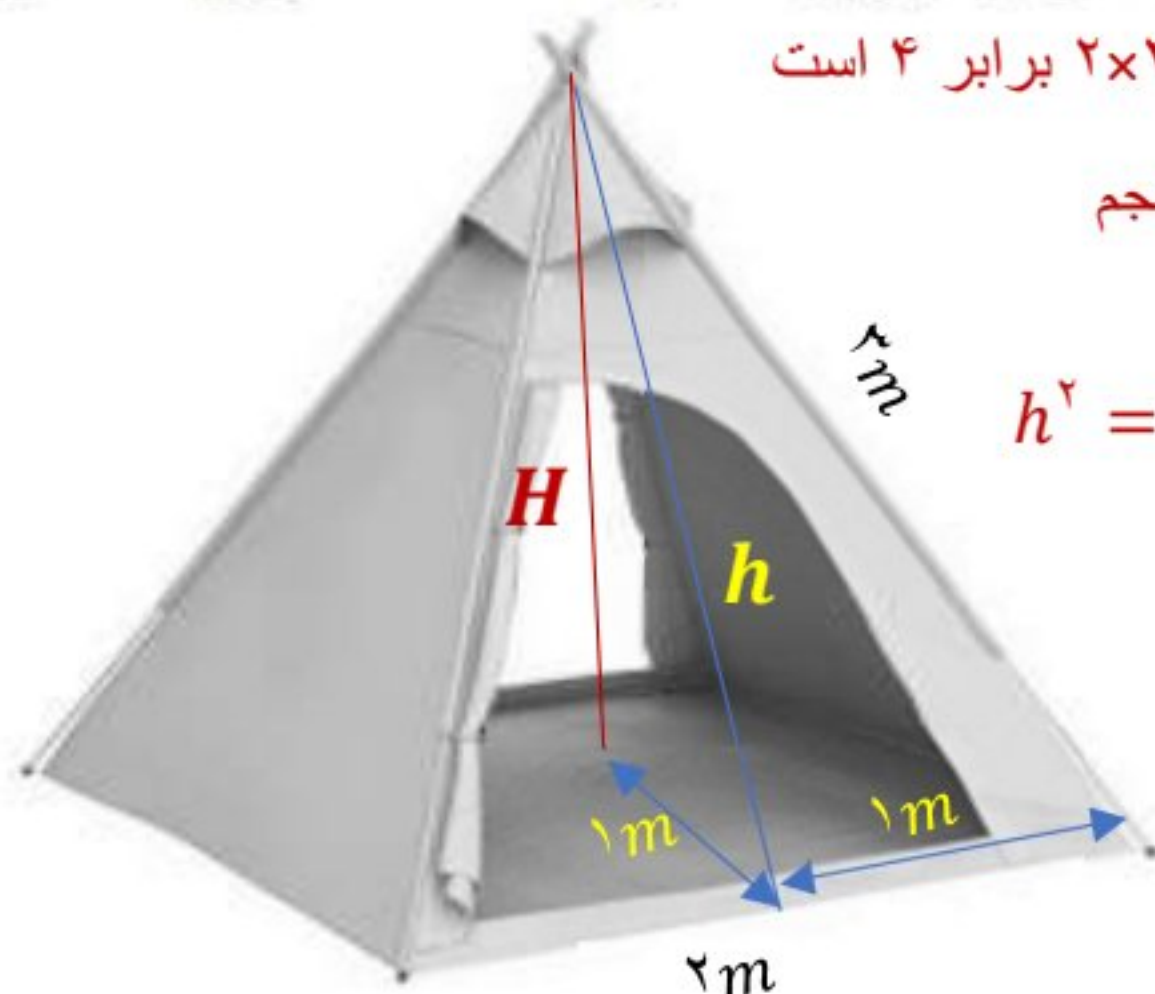
$$V = \frac{1}{3} \times 4 \times \sqrt{7}$$

$$V = \frac{4\sqrt{7}}{3} m^3$$

ب. چند مترمربع پارچه، در ساخت آن به کار رفته است؟

$$4 + 4 \left(\frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} \right) = 4 + 4(2\sqrt{2}) = 4 + 8\sqrt{2} m^2$$

مساحت کل برابر مساحت
مربع + ۴ تا مساحت مثلث‌ها
است



$$\frac{2}{3} \times 2 \times 0.3 \times \pi = 2 \times R \times \pi$$

$$\frac{2}{3} \times \cancel{2} \times 0.3 \times \cancel{\pi} = \cancel{2} \times R \times \cancel{\pi}$$

$$\frac{2}{3} \times 0.3 = R \quad \Longrightarrow$$

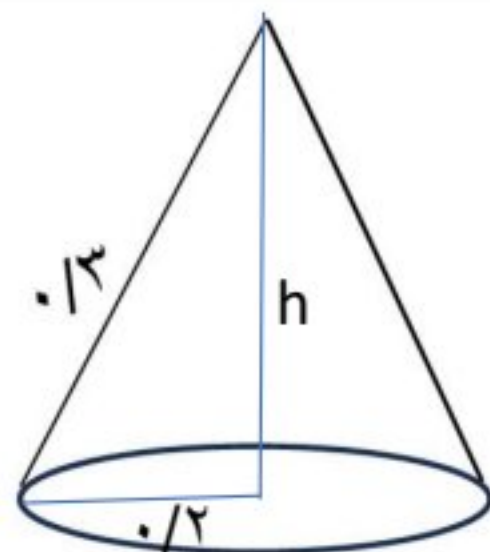
$$R = 0.2$$

$$h^2 = (0.3)^2 - (0.2)^2$$

$$h^2 = 0.09 - 0.04$$

$$h^2 = 0.05$$

$$h = \sqrt{0.05} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$



برای به دست آوردن حجم مخروط احتیاج داریم ارتفاع مخروط را بدانیم

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (0.2)^2 \times \sqrt{0.05} = \frac{1}{3} \times \cancel{\pi} \times \cancel{2} \times (0.2)^2 \times \sqrt{0.05} = \frac{4}{100} \times \frac{\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{1000} m^3$$

$$(1 \text{ lit} = 0.001 m^3) \quad \Longrightarrow \quad 1 m^3 = 1000 \text{ lit}$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{1000} m^3 = \frac{4\sqrt{5}}{1000} \times 1000 \text{ lit} = 4\sqrt{5} \text{ lit}$$

طراح : محمد کاویان نژاد

دبیر ریاضیات - کرمانشاه، ناحیه ۱

پاسخ تشریحی شیخ بهایی